# *Introdução à Engenharia Econômica*

Curso: Engenharia
Disciplina: Engenharia Econômica
Profª: Dra. Felícia Rocha

## Surgimento

- ✓ Os estudos sobre engenharia econômica iniciaram nos Estados Unidos em 1887, quando Arthur Wellington publicou seu livro "The Economic Theory of Railway Location", texto que sintetizava análise de viabilidade econômica para ferrovias.
- ✓ Em 1930, Eugene L. Grant publica *"Principles of Engineering Economy"*, um marco na história da engenharia econômica, com base na matemática financeira.

## Definição

- Podemos definir Engenharia Econômica como o estudo que compreende os métodos, as técnicas e os princípios necessários para se tomar decisões entre alternativas de investimentos, relativas à aquisição e à disposição de bens de capital, tanto de empresas, como de particulares ou de entidades do governo, indicando a *mais econômica*.
- Todo o fundamento da engenharia econômica se baseia na matemática financeira, que se preocupa com o valor do dinheiro no tempo.

## Exemplos de Aplicação

- Efetuar o transporte de materiais manualmente ou comprar uma correia transportadora;
- Fazer uma rede de abastecimento de água com tubos grossos ou finos;
- Substituição de equipamentos obsoletos;
- Comprar um carro a prazo ou à vista;
- Determinar o período ideal para a renovação de uma frota de veículos;
- Construir ou alugar um prédio para a instalação de uma fábrica.

## A Engenharia econômica envolve:

- Definição do problema a resolver ou uma função a executar, como por exemplo o transporte de material dentro de um almoxarifado;
- Determinação das diversas alternativas possíveis, por exemplo, transporte manual, por empilhadeira, por carrinhos ou ainda por correia transportadora;
- Avaliação de cada alternativa, determinando as vantagens e desvantagens, tais como custo, eficiência, distância, volume transportado, etc;
- Comparação e escolha da melhor alternativa, sendo que, neste caso, devemos "otimizar alternativas", ou seja, minimizar custos ou maximizar lucros.

## Principais características de um estudo econômico

- Avaliar quantitativamente vantagens e desvantagens;
- Adotar unidades coerentes (R$, U$,…);
- Determinar o investimento necessário;
- Estimar custos (manutenção, mão de obra, energia elétrica, impostos, …);
- Avaliar receitas (vendas, mercado, …);
- Conhecimento técnico do processo em estudo;
- Inicialmente desprezar fatores imponderáveis, considerado-os somente após a análise (prestígio, status, etc.);
- Avaliar o risco do investimento;
- Considerar critérios econômicos, ou seja, a rentabilidade do investimento;
- Considerar critérios financeiros, ou seja, a disponibilidade de recursos.

## Problema Central na Engenharia Econômica

**Processo de Tomada de Decisão**

1. Reconhecimento de um problema
2. Definição do objetivo
3. Coleta de dados relevantes
4. Identificação de Alternativas Viáveis
5. Escolha do critério de julgamento da melhor alternativa
6. Construção de inter-relações entre o objetivo, alternativas, os dados e o critério
7. Predição dos resultados para cada alternativa
8. Escolha da melhor alternativa para atingir o objetivo.

## EXEMPLO

No planejamento de um armazém frigorífico, as especificações exigem uma transferência máxima de calor, através das paredes do armazém, de 30.000J/h.m² de parede quando há uma diferença de temperatura de 30°C entre a superfície interna e a superfície externa do isolamento. Os materiais isolantes em estudo são:

| Material isolante | Custo/m³ | Condutividade J.m/m².°C.h |
|---|---|---|
| Lã Mineral | $12,50 | 140 |
| Espuma isolante | $14,00 | 110 |

Qual o material deve ser escolhido?

## EXEMPLO

A equação básica da condução de calor através de uma parede é:

$$Q = \frac{K.\Delta T}{L}$$

Espessura exigida para o isolante:

Lã mineral:

$$30.000 = \frac{140.30}{L} \Rightarrow L = 0{,}14m$$

Espuma isolante:

$$30.000 = \frac{110.30}{L} \Rightarrow L = 0{,}11m$$

Custo do isolamento por metro quadrado de parede:

Custo unitário (C) = custo/m³ x espessura do isolamento

Lã mineral: C = $12,50 x 0,14m = $1,75/m²
Espuma isolante: C = $14,00 x 0,11m = $1,54/m²

*Espuma isolante é a alternativa mais barata*

## Objetivos da Engenharia Econômica

Analisar alternativas de investimentos.

Os critérios de aprovação de um projeto são os seguintes:

- **Critérios financeiros:** disponibilidade de recursos;
- **Critérios econômicos:** rentabilidade do investimento;
- **Critérios imponderáveis:** fatores não convertidos em dinheiro.

## Critérios de Avaliação

Todos os métodos e critérios de avaliação de alternativas de investimento baseiam-se no princípio da equivalência. A comparação das alternativas só poderá ser realizada quando o investidor estabelecer uma medida de equivalência. Esta medida e comumente chamada de Taxa Mínima de Atratividade, Taxa Mínima Atrativa de Retorno de um Investimento, ou, Taxa Interna de Retorno (IRR - Internal Rate of Return).

## Valor do dinheiro no tempo

O conceito de equivalência está ligado, intimamente, à capacidade do dinheiro gerar lucros (juros). Não se pode comparar valores absolutos de dinheiro em épocas ou datas diferentes. Esta comparação dependerá da taxa de juros que se atribuir ao dinheiro. Sempre iremos supor que o dinheiro poderá ser investido em alguma atividade produtiva que nos irá fornecer uma certa quantia de juros que serão a remuneração do investimento.

## Introdução à Matemática Financeira

A Matemática Financeira reúne conhecimentos importantes utilizados por profissionais das mais diversas áreas.

Receber hoje R$ 10,00 é melhor que receber o mesmo valor R$ 10,00 daqui a um ano. Podemos ver que, durante o prazo da operação***,*** *o valor do dinheiro envolvido numa transação financeira varia com o tempo*. Em geral, todo empreendimento envolvendo dinheiro necessita de avaliação periódicas, antes de ser aceito e no decorrer do prazo, até a data final do empreendimento. Portanto, necessitamos de procedimentos de avaliação do resultado de uma operação em qualquer data. A *Matemática Financeira é a disciplina dedicada ao estudo do comportamento do dinheiro em função do tempo.*

## Razões

**Razão de dois números**

***Razão*** do número **a** para o número **b** ($b \neq 0$) é o quociente exato de **a** por **b.**

Indica-se: $\frac{a}{b}$

Os números ***a*** *e* ***b*** são os **termos** da razão; ***a*** é chamado de ***antecedente*** e ***b***, ***consequente*** da razão.

## Razões

Razão de duas grandezas

*Razão de duas grandezas* é o quociente dos números que expressam essas grandezas.

Ex.: Um automóvel percorre 36km com 4L de álcool. A razão entre a distância percorrida e o álcool gasto é:

$$\frac{36km}{4L} = 9km/L$$

## Razões

Denomina-se ***razão percentual ou centesimal*** as razões cujos consequentes sejam iguais a 100.

Ex.: $\frac{25}{100}$, $\frac{4}{100}$

A razão percentual $\frac{20}{100} = 20\%$ (lê-se vinte por cento)

Assim, quando dizemos que 80% dos alunos de uma classe foram reprovados, isto significa que, se a classe tivesse 100 alunos, 80 desses alunos teriam sido reprovados. Tem-se, então:

$80\% = \frac{80}{100}$

80 é a *porcentagem* e 80% é a *taxa percentual*

**Tabela I – Fatores de Multiplicação (acréscimo)**

| Acréscimo ou Lucro | Fator de Multiplicação |
|---|---|
| 10% | 1,10 |
| 15% | 1,15 |
| 20% | 1,20 |
| 47% | 1,47 |
| 65% | 1,65 |

**Tabela II – Fatores de Multiplicação (decréscimo)**

| Decréscimo ou Desconto | Fator de Multiplicação |
|---|---|
| 10% | 0,90 |
| 25% | 0,75 |
| 34% | 0,66 |
| 60% | 0,40 |
| 90% | 0,10 |

## Expoentes e Radicais

Potenciação

Sendo *a* um número real, define-se:

$a^1 = a$

$a^n = a.\ a.\ a.\ .......a$ (n fatores), se n = 2, 3, 4, 5,......

Nesse caso, *a* é referido como ***base*** e *n* como ***expoente.***

Regras de Potenciação

Sendo *a* um número real, *m* e *n* inteiros positivos, tem-se:

$a^{m+n} = a^m.a^n$ $\quad (a^m)^n = a^{m.n}$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ Se m > n $\quad (a.b)^n = a^n.b^n$

## Expoentes e Radicais

**Radiciação**

É a operação inversa da potenciação:

$b^n = a \Leftrightarrow b = \sqrt[n]{a}$

a é chamado de radicando;
n é o índice da raiz;
√ é o radical

Ex.: $\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$

**Propriedades:**

$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ $\quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ $\quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\quad \sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p.n]{a}$

atenção

$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

## Frações

Soma de Frações

Para somar frações de mesmo denominador, basta somar os numeradores.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Para somar frações de denominadores diferentes:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + c.b}{b.d}$$ $b \neq 0$ e $d \neq 0$

## Frações

Para multiplicar duas frações, multiplicam-se os numeradores e os denominadores.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d} \qquad b \neq 0 \text{ e } d \neq 0$$

Para dividir uma fração pela outra, deve-se multiplicar a primeira pela fração obtida da segunda permutando numerador e denominador.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Ex.: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{8}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{7}=\frac{16}{21}$

## NÚMEROS PROPORCIONAIS

Podemos dizer que os números reais não nulos *a, b, c, d, ....n* são diretamente proporcionais aos números *a', b', c', d', ....n'*, nessa ordem, se e somente se:

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{d}{d'}=......=\frac{n}{n'}$$

- ✓ A fração irredutível equivalente a $\frac{a}{a'}$, é chamada de coeficiente de proporcionalidade k;
- ✓ A fração $\frac{a+b+c+....+n}{a'+b'+c'....+n'}=k$

Exemplo: os números 3, 10 e 8 são diretamente proporcionais aos números 6, 20, e 16 nessa ordem:

$\frac{3}{6}=\frac{10}{20}=\frac{8}{16}$ ½ é o coeficiente de proporcionalidade

## NÚMEROS PROPORCIONAIS

Podemos dizer que os números reais não nulos *a, b, c, d, ....n* são inversamente proporcionais aos números *a', b', c', d', ....n'*, nessa ordem, quando são diretamente proporcionais aos números $\frac{1}{a'}, \frac{1}{b'}, \frac{1}{c'}, ....., \frac{1}{n'}$

Ou seja: $\frac{a}{\frac{1}{a'}}=\frac{b}{\frac{1}{b'}}=\frac{c}{\frac{1}{c'}}=....=\frac{n}{\frac{1}{n'}}$

$$a.a'=b.b'=c.c'=....=n.n'$$

## EXEMPLO

1. Verifique se os números são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não são proporcionais na ordem que aparecem.
a) 4, 6 e 14 e 6, 9, 21
b) 10 e 4 e 2 e 5
c) 12, 15 e 9 e 16, 20 e 12
d) 5 e 8 e 6 e 4

2. Calcule x, y e z sabendo que eles são diretamente proporcionais aos números 4, 10 e 12, nessa ordem, e que x + y + z = 91.

3. Se a quantia de $1200,00 rendeu $175,00, no mesmo período, proporcionalmente, quanto rendeu a quantia de $1008,00?

## EXERCÍCIOS

4. Três sócios tiveram a seguinte participação em um negócio: o primeiro investiu $5.000,00, o segundo $4.000,00 e o terceiro $2.000,00. No final de um certo período foi apurado um lucro de $3.300,00. Como deve ser repartido esse lucro?

5. Uma pessoa aplicou $8.400,00 em uma caderneta de poupança e $5.600,00 em outra, ambas durante o mesmo período, no mesmo banco. Se no fim desse período as duas juntas renderam $490,00. Qual o rendimento de cada uma?

6. Repartir a quantia de $945,00 em partes inversamente proporcionais aos números 6 e 8.

## FATOR DE ATUALIZAÇÃO

O fator de atualização (*f*) é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes.
$f > 1 \rightarrow$ aumento
$f < 1 \rightarrow$ desconto
$f = 1 \rightarrow$ não houve variação

- No caso da divisão resultar em número maior que 1, podemos entender o resultado como:
  $\frac{A}{B} = 1{,}05$ a) A é 5% maior do que B
  b) A é 105% de B (portanto 5% maior)

- No caso da divisão resultar em um número menor que 1, podemos entender o resultado de duas formas:
  $\frac{A}{B} = 0{,}90$ a) A é 10% menor do que B
  b) A é 90% de B (portanto 10% menor)

## FATOR DE ATUALIZAÇÃO

Pode-se obter a taxa percentual a partir do fator de atualização:

- Se $f > 1$, $f = 1 + t \Rightarrow t = f - 1$, em números decimais
- Se $f < 1$, $f = 1 - t \Rightarrow t = 1 - f$, em números decimais

Ex.: Se $f = 1{,}05 \Rightarrow t = f - 1 = 0{,}05 \Rightarrow$ taxa = 5% (maior)
Se $f = 0{,}90 \Rightarrow t = 1 - f = 0{,}10 \Rightarrow$ taxa = 10% (menor)

Fator acumulado: Para compor vários aumentos e/ou descontos, basta multiplicar os vários fatores individuais e obter o fator acumulado, que é o fator de atualização entre o primeiro e o último valor considerado.

$$f_{acumulado} = f_1.f_2.f_3.f_4.$$

## FATOR DE ATUALIZAÇÃO

Ex.: Se a taxa de inflação de janeiro é de 6% e a de fevereiro é de 5%, então a taxa de inflação acumulada no bimestre é de:
a)11,0% b) 11,2% c) 11,4% d) 11,1%
e) 11,3%

$f_1 = 1 + 0{,}06 = 1{,}06$
$f_2 = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$

$f_{acumulado} = f_1.\ f_2 = 1{,}06.\ 1{,}05 = 11{,}3\%$

## FATOR DE ATUALIZAÇÃO

Exercício

A tabela abaixo mostra a variação do preço do dólar em uma semana qualquer, em termos percentuais. No valor acumulado desses 5 dias, o que aconteceu com o preço do dólar? (Subiu? Caiu? Quantos por cento?)

| Dia | Variação (%) |
|---|---|
| Segunda feira | -2,35 |
| Terça-feira | 1,37 |
| Quarta feira | 1,05 |
| Quinta feira | -0, 13 |
| Sexta feira | -0,21 |

## LUCROS E PREJUÍZOS

Lucro é um ganho obtido numa transação comercial e constitui uma parte do preço de venda.

$$L = V - C$$

Onde: L = lucro
V = preço de venda
C = preço de custo

Quando o preço de venda é menor que o preço de custo, temos uma perda, que é o prejuízo:

$$P = C - V$$

Onde: P = prejuízo,
C = preço de custo
V = preço de venda

## JUROS SIMPLES

Nas transações financeiras e comerciais são muito comuns situações de: compra a prazo, empréstimos e aplicações.

- ao comprarmos um produto à prazo, pagamos, além do valor do produto, uma quantia chamada de *juros*.

Juros → é o valor que se paga ou se recebe por uma quantia emprestada ou aplicada a uma taxa combinada por um período de tempo determinado.

## JUROS SIMPLES

Para calcularmos o valor dos juros, deve-se considerar:

- ✓ a quantia empregada na transação, que é chamada de *capital (C)*;
- ✓ a taxa percentual paga ou recebida pelo aluguel da quantia, que é chamada de *taxa de juros (i)*;
- ✓ o tempo de duração da operação financeira que é chamado de *prazo (n)*

A taxa de juros é sempre apresentada em relação a um intervalo de tempo. Ex.: 12% ao mês, 24% ao trimestre, etc.
O prazo (n) da operação financeira é dado em dias, meses, trimestres, anos, etc.

## JUROS SIMPLES

Se um capital *C*, aplicado a uma taxa *i*, a juros simples, rende uma quantia de juros *J* ao final de um período *n*, no valor de:

$$J = C.i.n$$

A soma do capital C mais os juros (J) obtidos chamamos de *montante (M)*.

$$M = C + J$$

$$M = C.(1 + i.n)$$

*A taxa de juros (i) e o prazo (n) devem estar sempre na mesma unidade de tempo.*

## EXERCÍCIOS

1. Qual o valor correspondente a um empréstimo de R$ 3.200,00 pelo prazo de 18 meses, sabendo-se que a taxa cobrada é de 3% ao mês?

2. Sabendo-se que um capital foi duplicado em 8 anos a juros simples, qual a taxa que foi empregado esse capital?

3. Um certo modelo de telefone está sendo vendido nas seguintes condições:

Loja A: R$80,00 à vista ou um cheque para 30 dias a juros simples à taxa de juros de 5% ao mês.
Loja B: R$70,00 à vista ou um cheque para trinta dias a juros simples à taxa de juros de 50% ao ano.
Quanto uma pessoa deve pagar por esse modelo de telefone na loja A e na loja B, se optar por comprá-lo com cheque para 30 dias.

## EXERCÍCIOS

4. A que taxa devemos aplicar o capital de R$ 4.500,00, no sistema de juros simples, para que depois de 4 meses, o montante seja de R$ 5040,00? ?

5. Uma dívida de R$ 750,00 foi paga em 8 meses depois de contraída e os juros pagos foram de R$ 60,00. Sabendo que o cálculo foi feito usando juros simples, qual foi a taxa de juros?

6. Se o capital de R$ 3000,00, rende mensalmente R$ 120,00, qual é a taxa anual de juros no sistema de juros simples?