

CÁLCULO II - REVISÃO PARA PROVA 1

1. Determinar o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x)$ no ponto x_0 , utilizando o limite:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

2. Um projétil é lançado verticalmente para cima com uma velocidade de 120 m/s. Suponha que o sentido positivo da distância é para cima e que $t = 0$ é o momento que o objeto é atirado. Pela física, sabemos que sua distância acima do solo após t segundos é $s(t) = -4,9t^2 + 120t$.

- a) Ache a velocidade instantânea do objeto ao fim de 5 e 15 segundos. Interprete o sinal.
- b) Determine a altura máxima alcançada pelo projétil.
- c) Decorridos quantos segundos o objeto volta ao chão?

3. Seja $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^4$. Em que intervalos a função é:

- a) crescente e convexa?
- b) crescente e côncava?
- c) decrescente e convexa?
- d) decrescente e côncava?

4. A derivada da função $f(x) = 4x^3 + z^2x$ é igual a:

(A) $12x^2 - 2zx$ (B) $3x^2 - 2zx$ (C) $2zx$ (D) $12x^2 + z^2$

5. A derivada da função $g(x) = -\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} - 2z^2x^2 + \pi x^4$ é igual a:

(A) $\frac{-1}{3x^2} + \frac{1}{4x^3} - 8zx + 4\pi x^3$ (B) $\frac{3}{x^4} - \frac{4}{x^5} - 8zx + 4\pi x^3$ (C) $-x^{-3} + x^{-4} - 2z^2x^2 + \pi x^4$ (D) $\frac{3}{x^4} - \frac{4}{x^5} - 4z^2x + 4\pi x^3$

6. A derivada da função $f(x) = (x^2 + 2x)(2x^3 - 3)$ é igual a:

(A) $10x^4 + 16x^3 - 6x - 6$ (B) $12x^3 + 12x^2$ (C) $-2x^4 - 8x^3 - 6x - 6$ (D) $\frac{10x^4 + 16x^3 - 6x - 6}{(2x^3 - 3)^2}$

7. Derivando-se a função $g(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{2x^3 - x}$ tem-se:

(A) $\frac{3x^2 - 6x}{6x^2 - 1}$ (B) $-3x^2 - 6x + 1$ (C) $\frac{12x^5 - 30x^4 - 4x^3 + 9x^2}{(2x^3 - x)^2}$ (D) $\frac{6x^4 - 2x^3 + 3x^2}{(2x^3 - x)^2}$

RESPOSTAS

1. O coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x)$ no ponto x_0 é igual a $f'(x_0)$.

$$f(x) = \sqrt{3}x^2 - 4x + 5 \quad x_0 = -\pi$$

$$f(x_0 + h) = \sqrt{3}(-\pi + h)^2 + 4\pi - 4h + 5 = \sqrt{3}(\pi^2 - 2\pi h + h^2) + 4\pi - 4h + 5 = \sqrt{3}\pi^2 - 2\sqrt{3}\pi h + \sqrt{3}h^2 + 4\pi - 4h + 5$$

$$f(x_0) = \sqrt{3}\pi^2 + 4\pi + 5$$

$$f(x_0 + h) - f(x_0) = \sqrt{3}(-\pi + h)^2 - 4h - \sqrt{3}\pi^2 = -2\sqrt{3}\pi h + \sqrt{3}h^2 - 4h = h(-2\sqrt{3}\pi + h\sqrt{3} - 4)$$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-2\sqrt{3}\pi + h\sqrt{3} - 4) = -2\sqrt{3}\pi - 4$$

2. $s(t) = -4,9t^2 + 120t$.

a) $v(t) = -9,8t + 120 \Rightarrow v(5) = 71$ m/s. Está subindo. $v(15) = -27$ m/s. Está descendo.

b) $v(t) = -9,8t + 120 = 0 \Rightarrow t = \frac{120}{9,8} = 12,25$ seg $s(12,25) = 734,69 \cong 735$ m

c) $s(t) = -4,9t^2 + 120t = 0 \Rightarrow t = 24,49$ seg

3. $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^4$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^4 = 0 \Rightarrow x = 0, x = 5$$

$$f'(x) = x^4 - 4x^3 = x^3(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$$

crescente: $f'(x) > 0 \iff x^3(x - 4) > 0 \iff x < 0$ ou $x > 4$

decrescente: $f'(x) < 0 \iff x^3(x - 4) < 0 \iff 0 < x < 4$

$$f''(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 3$$

convexa: $4x^2(x - 3) > 0 \iff x > 3$

côncava: $4x^2(x - 3) < 0 \iff x < 3$

a) crescente e convexa? $x > 4$

b) crescente e côncava? $x < 0$

c) decrescente e convexa? $3 < x < 4$

d) decrescente e côncava? $0 < x < 3$

4. $f'(x) = 12x^2 + z^2$ (D)

5. $g(x) = -x^{-3} + x^{-4} - 2z^2x^2 + \pi x^4 \Rightarrow g'(x) = 3x^{-4} - 4x^{-5} - 4z^2x + 4\pi x^3 = \frac{3}{x^4} - \frac{4}{x^5} - 4z^2x + 4\pi x^3$ (D)

6. $f(x) = 2x^5 + 4x^4 - 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 10x^4 + 16x^3 - 6x - 6$ (A)

7. $g'(x) = \frac{(3x^2 - 6x)(2x^3 - x) - (x^3 - 3x^2)(6x^2 - 1)}{(2x^3 - x)^2} = \frac{6x^4 - 2x^3 + 3x^2}{(2x^3 - x)^2}$ (D)