

Engenharia Econômica

Juros e Funções Equivalência de Taxas

Curso: Engenharia Civil
Disciplina: Engenharia Econômica
Profª: Dra. Felícia Rocha

✓ **Juros Simples** - os juros serão obtidos em função do tempo de aplicação através da equação:

$$J = C.i.n$$

Vamos considerar um capital de R\$ 200,00 aplicado a juros simples à taxa de 10% ao mês e o prazo em meses:

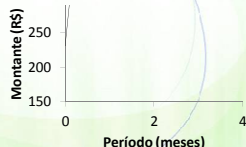
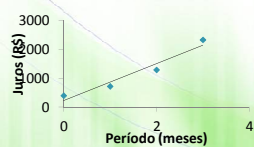
$n = 0 \Rightarrow J = 200 \cdot 0,1 \cdot 0 = 0$,
 $n = 1 \Rightarrow J = 200 \cdot 0,1 \cdot 1 = 20$,
 $n = 2 \Rightarrow J = 200 \cdot 0,1 \cdot 2 = 40$,
 $n = 3 \Rightarrow J = 200 \cdot 0,1 \cdot 3 = 60$

n (meses)	J (R\$)
0	0
1	20
2	40
3	60

Os juros estão relacionados por uma função linear:

$$J = 20n$$

✓ Como o montante é dado por $M = C + J$, essa relação também segue uma função linear



✓ **Juros compostos** - no sistema de juros compostos, o montante é obtido em função do tempo por meio da equação:

$$M = C (1 + i)^n$$

Vamos considerar um capital de R\$ 400,00 aplicado a juros compostos à taxa de 80% ao ano e o prazo em anos:

$$n = 0 \Rightarrow M = 400 \cdot (1 + 0,80)^0 = 400$$

$$n = 1 \Rightarrow M = 400 \cdot (1 + 0,80)^1 = 720$$

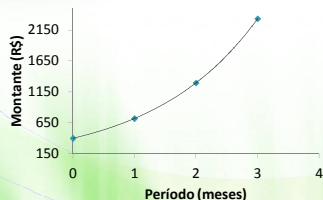
$$n = 2 \Rightarrow M = 400 \cdot (1 + 0,80)^2 = 1296$$

$$n = 3 \Rightarrow M = 400 \cdot (1 + 0,80)^3 = 2332,8$$

n (anos)	M (R\$)
0	400
1	720
2	1296
3	2332,8

Os juros estão relacionados por uma função exponencial:

$$M = 400 \cdot 1,8^n$$



Taxas Equivalentes

Se aplicarmos \$50.000,00 durante 3 meses a uma taxa de 10% a.m, o montante será o mesmo que o produzido por uma taxa trimestral de 30%? Para juros simples, a resposta seria sim. Mas e para juros compostos?

Situação 1: $i = 10\%$, $n = 3$

$$M_1 = 50.000 \cdot (1 + 0,1)^3 = 66.550$$

Situação 2: $i = 30\%$, $n = 1$

$$M_2 = 50.000 \cdot (1 + 0,3)^1 = 65.000$$

Para que M_1 fosse igual a M_2 deveríamos aumentar a segunda taxa. Essa taxa obtida seria *equivalente* à primeira e chamada de *efetiva*.

$$50.000 = (1 + i) \cdot 66.550 \Rightarrow 1 + i = \frac{66.550}{50.000}$$

$$1 + i = 1,331 \Rightarrow i = 0,331 \quad \text{ou} \quad 33,1\%$$

Diz-se que a taxa mensal i_m é equivalente a taxa anual i_a quando:

$$M = C(1 + i_a) = C(1 + i_m)^{12}$$

Duas ou mais *taxas* referenciadas a períodos unitários distintos *são equivalentes* quando produzem o *mesmo montante* no final de determinado tempo, pela aplicação de um mesmo capital inicial.

Portanto a taxa mensal i_m é:

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12}$$

$$(1 + i_m) = \sqrt[12]{(1 + i_a)}$$

$$i_m = (1 + i_a)^{1/12} - 1$$

Expressão da taxa mensal quando se conhece a taxa anual

$$i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$$

Expressão da taxa anual quando se conhece a taxa mensal

Como no dia a dia os períodos a que se referem as taxas que se tem e as taxas que se quer são os mais variados, tem-se a fórmula genérica para qualquer caso:

$$i_q = (1 + i_t)^{q/t} - 1$$

Onde:

i_q = taxa para o prazo que se quer

i_t = taxa para o prazo que se tem

q = prazo que se quer

t = prazo que se tem

Exercícios

1. Determinar a taxa anual equivalente a 2% ao mês.
2. Determinar a taxa mensal equivalente a 60,13% ao ano.
3. Determinar a taxa anual equivalente a 0,19442% ao dia.
4. Determinar a taxa trimestral equivalente a 47,75% em dois anos.
5. Determinar a taxa para 27 dias, equivalente a 13% ao trimestre.
6. Determinar a taxa para 491 dias, equivalente a 5% ao mês.

7. Dada a taxa de 9% por trimestre, calcule a taxa mensal equivalente de juros compostos.
8. Um título de renda fixa deverá ser resgatado por \$10.000,00 no seu vencimento, que ocorrerá dentro de três meses. Sabendo-se que o rendimento desse título é de 40% ao ano, determinar o seu valor presente.
9. Uma pessoa aplica \$15.000,00 num título de renda fixa com vencimento no final de 61 dias, a uma taxa de 30% ao ano. Calcular o seu valor de resgate.
10. Qual a taxa mensal de juros cobrada num empréstimo de \$64.000,00 para se quitado por \$79.600,00 no prazo de 117 dias?

11. Supondo que um capital de \$1.200,00 vai ser aplicado à taxa de juros compostos por trimestre ou 70% ao ano. Qual será a melhor aplicação?
